**MATEMATIKA FUNKCE**

**Funkce** – vztah mezi proměnnými, nejčastěji u funkcí jedné reálné proměnné „y“ a „x“, kdy proměnná „y“ závisí na „x“ tj. y=f(x). Zadána předpisem, znázorněna na grafu, případně tabulkou dvojic hodnot [x;y]. Aby se jednalo o funkci, musí ke každému x z definičního oboru existovat nejvýše jedno y z oboru hodnot.

## Vlastnosti funkcí

**Definiční obor D(f)** = množina hodnot „x“, pro které má funkce smysl (existuje), tj. lze tyto hodnoty do funkce dosadit tak, aby vyšlo nějaké „y“.

*Podmínky pro určení Df*:
Funkce ve tvaru zlomku: jmenovatel $\neq 0$
Sudá odmocnina $y = \sqrt{x}$ ; $y = \sqrt[4]{x}$ *atd.* lze odmocnit pouze nezáporné hodnoty $(x \geq 0)$
Logaritmy $y=\log_a x$ ; $y=\ln x$ lze logaritmovat pouze kladné hodnoty $(x>0)$

Goniometrické funkce: $y = tg(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$ ; $y = \cot g(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$ viz zlomky

u tg x: $x \neq (2k+1) * \dfrac{\pi}{2}$ , $k \in Z$ u cotg x: $x \neq k * \pi$ , $k \in Z$

Cyklometrické funkce: y=arcsin x resp. y=arccos x $x \in \langle -1; 1 \rangle$

Viz přehled funkcí.

**Obor hodnot H(f)** = množina hodnot na ose „y“, které funkce vytvoří. Tj. hodnoty, které mohou z funkce vyjít. Viz základní funkce, případně dle grafu a jiných výpočtů u složitějších funkcí. Souvisí s extrémy funkcí, limitami apod.

**Průsečíky funkcí** s osami souřadnic → body [x;0] či [0;y]. Na ose x jich může být i více, na ose y maximálně jeden.

**Sudost/Lichost funkce**
– sudá funkce je souměrná podle osy y, platí pro ní: $f(x) = f(-x)$
- lichá funkce je souměrná podle středu souřadnic [0;0], platí pro ní: $-f(x) = f(-x)$

**Monotonie funkce** – Zda se jedná o funkci rostoucí, klesající apod. Resp. určit intervaly z def. oboru, ve kterých je funkce rostoucí/klesající atd. Vždy na funkci nahlížíme „zleva doprava“. Pokud s rostoucími hodnotami „x“ roste „y“, jedná se o rostoucí funkci. Když s rostoucími hodnotami „x“ se „y“ snižuje, jedná se o klesající funkci. Určení na základě znalosti základních funkcí a jejich parametrů, nebo výpočet pomocí derivací.

**Prostost funkce** – funkce je prostá, pokud je rostoucí (či klesající) na celém svém Df.

**Extrémy funkce** – body, ve kterých funkce nabývá maximální či minimální hodnoty – lokální nebo globální extrémy. Výpočet u základních funkcí dle různých vlastností, jinak na základě derivací.

**Omezenost funkce** – hodnota na ose y, která funkci omezuje (souvisí případně s limitami, asymptotami a oborem hodnot). Této hodnoty může funkce konkrétně dosáhnout, nebo se k ní pouze přibližuje. Nemůže se jednat o ± nekonečno.
- shora omezená funkce – funkce se nedostane nad nějakou hodnotu na ose y
- zdola omezená funkce – funkce se nedostane pod nějakou hodnotu na ose y
- omezená funkce – funkce, která je omezená shora i zdola (např. sin x)

**Asymptoty funkce** – přímky, ke kterým se funkce přibližuje, ale nedotkne se jich (resp. dotkne se jich v nekonečnu). Mohou být svislé, vodorovné či šikmé. Určení podle základních vlastností u funkcí, nebo výpočet pomocí limit.

**Limita funkce** – hodnota na ose „y“, ke které se funkce přibližuje (nebo ji může někdy i přímo nabývat), pokud se „x“ blíží ke zvolené hodnotě „a“. $\lim_{x \to a} f(x) = y$

**Zakřivenost (vypuklost) funkce**
- konvexní funkce má tvar ∪
- konkávní funkce má tvar ∩

Určení intervalů z def. oboru, ve kterých se jedná o daný typ. Výpočet opět pomocí základních vlastností funkcí, případně u složitějších funkcí pomocí druhé derivace.

**Inflexní body** – body, ve kterých funkce mění svou zakřivenost.

**Inverzní funkce ( $f^{-1}(x)$ ) –** existuje k funkcím prostým, s původní funkcí je na grafu souměrná podle přímky y=x (tedy osy 1. a 3. kvadrantu). Platí pro ní $Df^{-1}$ = Hf a opačně $Hf^{-1}$=Df. Výpočet pomocí záměny proměnných „x“ a „y“ v předpisu původní funkce a následném vyjádření proměnné y (případně opačně nejprve vyjádřením proměnné „x“ a poté záměně proměnných „x“ a „y“).
Vzájemně inverzní typy funkcí:
lineární ↔ lineární
kvadratická ↔ druhá odmocnina
lineárně lomená ↔ lineárně lomená
exponenciální ↔ logaritmická
goniometrická ↔ cyklometrická

## Typy funkcí

Lineární (přímka) y=a*x+b

Kvadratická (parabola) $y=a*x^2+b*x+c$

Exponenciální (exponenciála) $y=a^x$ $y=e^x$

Logaritmická $y=\log_a x$ ; y=ln x

Odmocninná $y = \sqrt[n]{x}$

Nepřímá úměra či lineárně lomená (hyperbola) $y = \frac{k}{x}$ *či* $y = \frac{a*x+b}{c*x+d}$

a další dle přehledu funkcí